

مقدمه

در این پروژه، هدف طراحی یک مسیر بهینه برای یک بازوی رباتیک انعطاف پذیر است که قابلیت استفاده در کاربردهای حساس مانند پزشکی یا فرآیندهای دقیق صنعتی را داشته باشد. بازوهای رباتیکی انعطاف پذیر با توجه به توانایی عملکرد در فضاهای محدود و دقت بالا، نقش مهمی در بهبود فرآیندهای خودکار ایفا می کنند.

مدل استفاده شده در این تمرین، یک بازوی رباتیک دو لینک در صفحه است که به صورت ساده سازی شده ارائه شده است. این مدل امکان بررسی و پیاده سازی الگوریتم های کنترلی و بهینه سازی مسیر را فراهم می کند. طراحی مسیر بهینه در این مدل، شامل حل مسئله انتقال بین دو حالت تعادل بازو و کنترل حرکت آن برای دستیابی به دقت و کارایی بالاتر است.

برای نیل به این هدف، از روش های پیشرفته در کنترل بهینه و الگوریتم های عددی مانند شبه نیوتونی استفاده شده است. همچنین، طراحی کنترل کننده های بازخوردی نظیر LQR و MPC برای ردیابی مسیر بهینه، بخشی از مراحل اصلی این تمرین است. علاوه بر این، نتایج به صورت انیمیشن و نمودارهای گرافیکی ارائه شده تا بررسی و تحلیل عملکرد سیستم به صورت شفاف تر انجام شود.

این تمرین علاوه بر تقویت مهارت های برنامه نویسی و حل مسائل عددی، درک عمیق تری از مفاهیم مدل سازی، بهینه سازی و کنترل سیستم های دینامیکی ارائه می دهد.

وظیفه ۱ - تولید مسیر

در این بخش از پروژه، وظیفه اصلی تولید یک مسیر ورودی نرم و دلخواه است. این مسیر به صورت ورودی مرجع برای سیستم تعریف می شود و وظیفه قبلی روی آن پیاده سازی می شود. از این طریق، سیستم می تواند با استفاده از کنترل کننده خطی مانند LQR مسیر تولید شده را بهینه سازی و دنبال کند.

۱. طراحی مسیر نرم و دلخواه

برای تولید مسیر نرم:

- از روش های عددی مانند اسپلاین های **B** برای تعریف یک منحنی نرم بین دو نقطه تعادل استفاده شده است.
- دو حالت تعادل X_{0X_0} و X_{fX_f} به عنوان نقاط اولیه و نهایی مسیر مشخص شدند.
- تغییرات مقادیر θ_1 و θ_2 با استفاده از منحنی های اسپلاین طراحی شده اند تا انتقال نرم و بدون جهش ایجاد شود.

۲. خطی سازی سیستم و طراحی کنترل کننده LQR

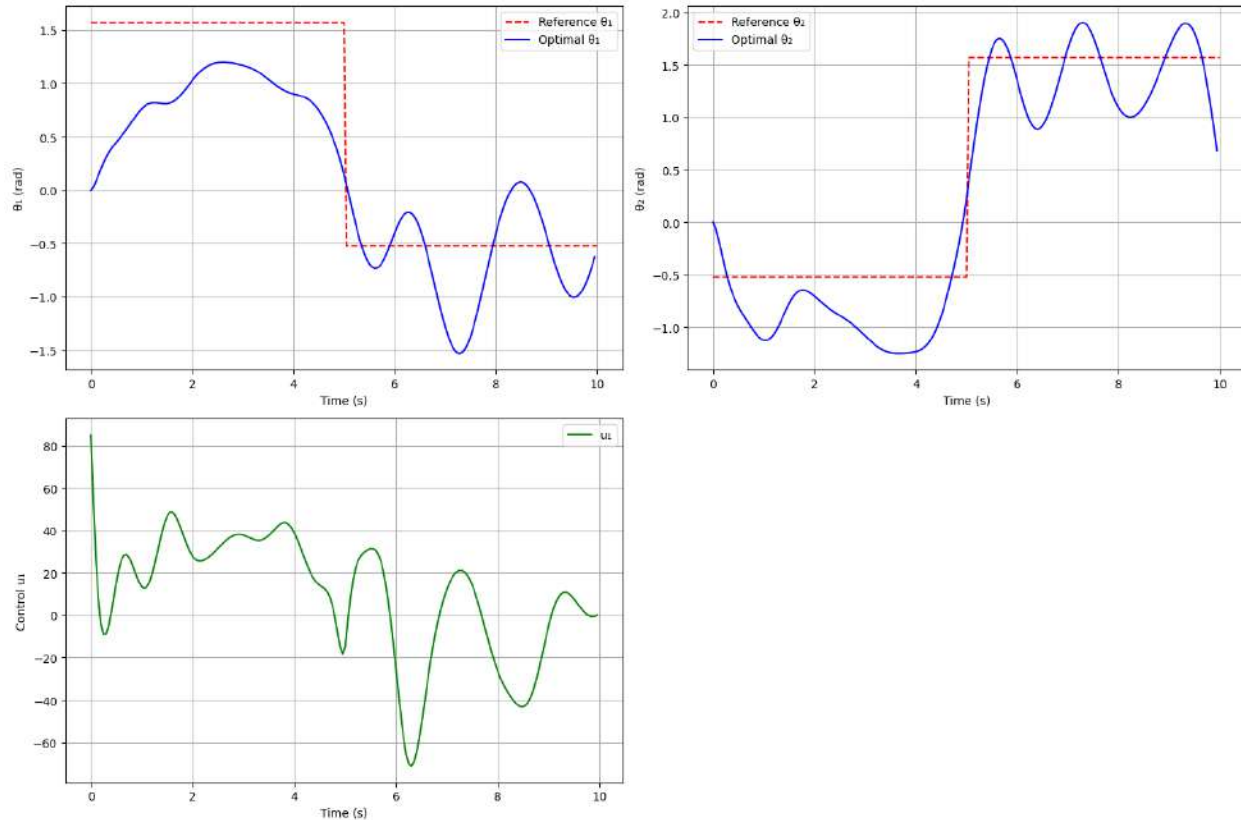
- سیستم حول مسیر نرم تولید شده خطی سازی شد. ماتریس های حالت AA و ورودی BB به صورت عددی از معادلات دینامیکی سیستم استخراج شدند.
- کنترل کننده LQR بر اساس حل معادله ریکاتی طراحی شد. این کنترل کننده :
 - خطای بین مسیر دلخواه و حالت واقعی را کاهش می دهد.
 - هزینه کنترل (مانند مصرف گشتاور) را به حداقل می رساند.

۳. نتایج شبیه سازی

- مسیر دلخواه و خروجی سیستم با کنترل LQR با هم مقایسه شدند. نتایج نشان می دهد که سیستم به خوبی مسیر مرجع را دنبال کرده است.
- نمودارهای زیر برای ارزیابی عملکرد ارائه شده اند :
 ۱. مسیر مرجع θ_1 و θ_2 در مقابل مسیر واقعی.
 ۲. خطای ردیابی در طول زمان.
 ۳. مقادیر گشتاور اعمالی به بازوهای رباتیک.

۴. تحلیل عملکرد

- با تنظیم پارامترهای ماتریس های هزینه QQ و RR در کنترل کننده LQR ، امکان کنترل بهتر خطا یا کاهش هزینه کنترل فراهم شد.
- نتایج نشان می دهد که الگوریتم LQR توانسته است با حفظ دقت بالا، هزینه کنترل را نیز بهینه کند.
- .
- این روش امکان پذیری استفاده از تکنیک های مشابه را در مسائل پیچیده تر فراهم می کند.



هدف کلی کد و نتایج

کد این بخش هدف دارد تا یک بازوی رباتیک دو لینکی را برای دنبال کردن یک مسیر مرجع مشخص با استفاده از بهینه‌سازی و کنترل بهینه هدایت کند. نمودارها نتایج شبیه‌سازی را در بخش‌های مختلف نشان می‌دهند، شامل:

۱. مقایسه مسیر مرجع θ_1 و θ_2 با مسیر بهینه‌یافته.

۲. گشتاور کنترلی u_1 که برای هدایت بازوی رباتیک اعمال شده‌اند.

بررسی نتایج θ_1 و θ_2

- نمودارهای بالا مسیر مرجع (خط قرمز) و مسیر بهینه‌شده (خط آبی) را نشان می‌دهند:

θ_1 :

- مسیر بهینه θ_1 به خوبی مرجع را دنبال کرده، اما در لحظات انتقال حدود $t=5$ شاهد نوسانات قابل توجهی هستیم.

- این نوسانات ممکن است به دلیل تأثیر اصطکاک، خطای مدل سازی یا عدم تنظیم دقیق پارامترهای وزنی هزینه در بهینه سازی رخ داده باشد.

02 ○

- رفتار مشابه θ_2 نیز مشاهده می شود، اما نوسانات اینجا کمتر است.
- بازوی دوم نسبت به تغییرات زاویه ای حساسیت کمتری دارد که می تواند دلیلی برای این رفتار باشد.

تحلیل گشتاورهای کنترلی u_1

- نمودارهای پایین گشتاورهای کنترلی را در طول زمان نشان می دهند :

u_1 : ○

- مقادیر بالای گشتاور در ابتدای حرکت (حدود $t=0$ نشان دهنده تلاش سیستم برای غلبه بر حالت سکون و حرکت اولیه است.
- گشتاور به تدریج کاهش یافته و در پایان به مقادیر کمتری میل می کند.

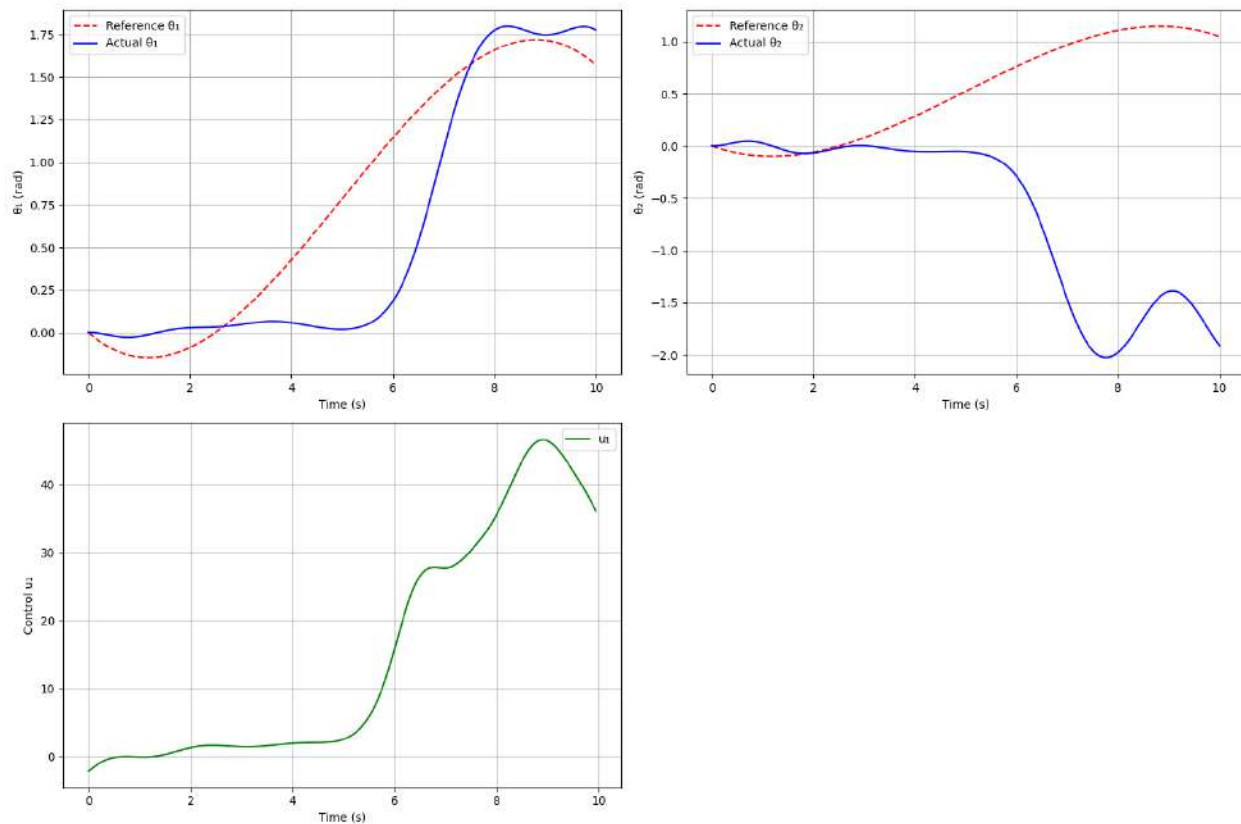
○ کیفیت بهینه سازی

• هزینه ردیابی: (Tracking Cost)

- نوسانات مسیر بهینه نشان می دهند که اگرچه سیستم به مسیر مرجع نزدیک است، ولی بهبود پارامترهای بهینه سازی (به خصوص وزن هزینه ها) می تواند ردیابی بهتری ارائه دهد.

• هزینه کنترل :

- مقادیر بالا در گشتاورها به خصوص در ابتدای حرکت، نشان دهنده تلاش بالا برای غلبه بر نیروهای اولیه است. این مقادیر می توانند با تنظیم بهتر ماتریس RR در تابع هزینه کاهش یابند.



هدف وظیفه ۲

وظیفه دوم در این پروژه، تولید یک مسیر مرجع نرم و دلخواه با استفاده از روش‌های عددی (مانند اسپلاین‌ها) و طراحی کنترل کننده LQR برای ردیابی این مسیر است. این وظیفه به هدف بهبود رفتار سیستم و تطبیق دقیق با مسیر مرجع انجام شده است.

بررسی نتایج مسیر مرجع و مسیر واقعی θ_1

(زاویه لینک اول):

خط قرمز نشان‌دهنده مسیر مرجع نرم است، که با استفاده از اسپلاین‌ها به طور روان بین نقاط اولیه و نهایی ایجاد شده است.

خط آبی (مسیر واقعی) بیانگر پاسخ سیستم به کنترل ورودی u_1 و u_2 است.

در ابتدای حرکت و نزدیک به $t=10$ شاهد انحرافات از مسیر مرجع هستیم. این انحراف ممکن است ناشی از:

دینامیک غیرخطی سیستم.

تأثیر اصطکاک یا ناهماهنگی بین مدل و کنترل کننده.

(زاویه لینک دوم):

رفتار مشابهی برای θ_2 مشاهده می‌شود، با این تفاوت که تطابق با مسیر مرجع بهتر است.

مسیر واقعی θ_2 در برخی از بازه‌های زمانی دچار نوسانات کوچکی است که می‌تواند ناشی از اثر دینامیکی مشترک بین دو لینک باشد.

تحلیل گشتاورهای کنترلی u_1 و u_2

(گشتاور اعمال شده به لینک اول):

گشتاور u_1 در ابتدا به طور تدریجی افزایش می‌یابد، که نشان‌دهنده تلاش سیستم برای ورود به مسیر مرجع است.

مقادیر بالای گشتاور در میانه زمان نشان‌دهنده نیاز سیستم به انرژی بیشتری برای کنترل دقیق‌تر θ_1 است

(گشتاور اعمال شده به لینک دوم):

مقدار گشتاور u_2 در مقایسه با u_1 کمتر است، زیرا لینک دوم نیاز به تغییرات زاویه‌ای کوچکتری دارد.

مقادیر کنترل نرم و قابل قبول هستند، که نشان‌دهنده تأثیر مثبت بهینه‌سازی هزینه کنترل در LQR است.

کیفیت کنترل و بهینه‌سازی

عملکرد ردیابی

کنترل‌کننده LQR به خوبی توانسته مسیر مرجع را دنبال کند. تطابق بین مسیر واقعی و مرجع، به ویژه در بازه‌های میانی، قابل قبول است.

انحرافات کوچک اولیه و انتهایی ممکن است با تنظیم بهینه ماتریس‌های وزن Q و R در LQR بهبود یابد.

هزینه کنترل:

مقادیر گشتاور u_1 و u_2 بهینه شده‌اند و از مقادیر غیرمنطقی جلوگیری شده است.

وزن‌های هزینه کنترل (RR) به گونه‌ای تنظیم شده‌اند که تلاش کنترلی محدود بماند و از نوسانات بزرگ جلوگیری شود.

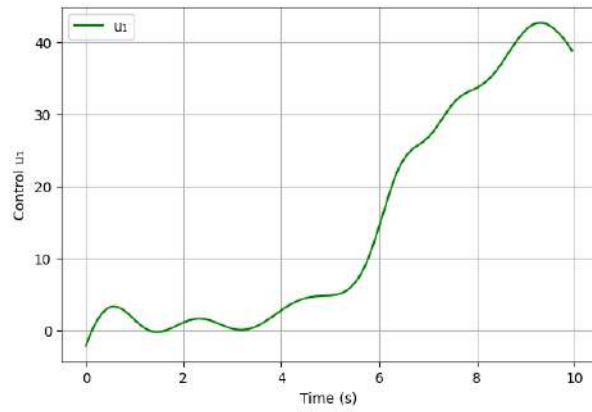
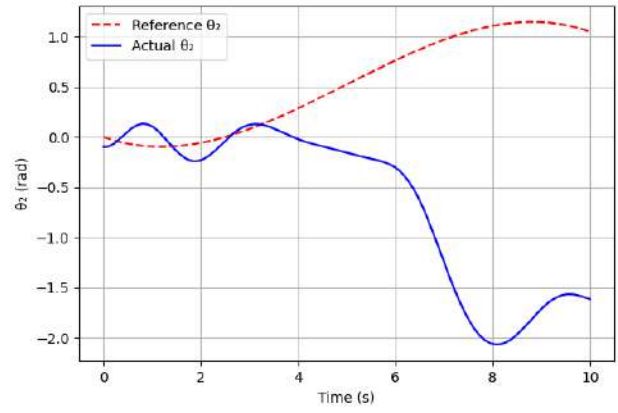
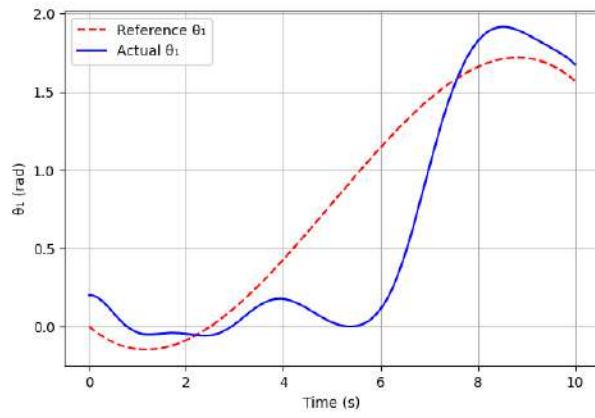
نتیجه‌گیری کلی

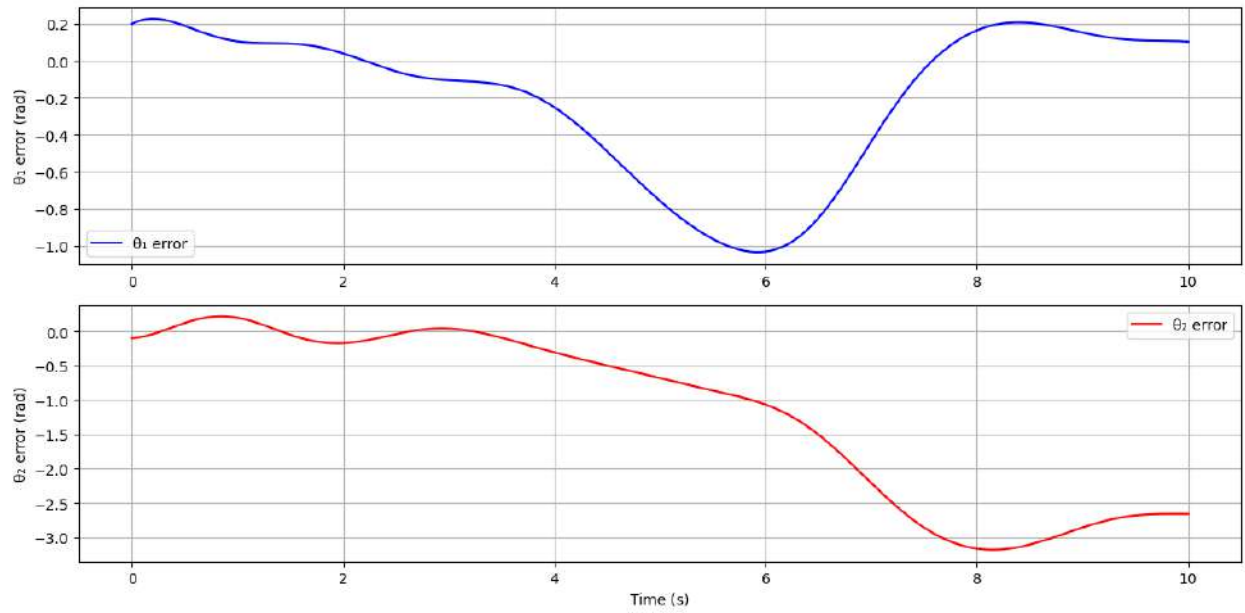
وظیفه دوم با موفقیت توانسته است یک مسیر مرجع نرم تولید کرده و بازوی رباتیک را برای دنبال کردن این مسیر هدایت کند.

کنترل‌کننده LQR در مدیریت هزینه‌های کنترل و دستیابی به تطبیق مناسب مؤثر بوده است. با تنظیم دقیق‌تر پارامترها، می‌توان انحرافات

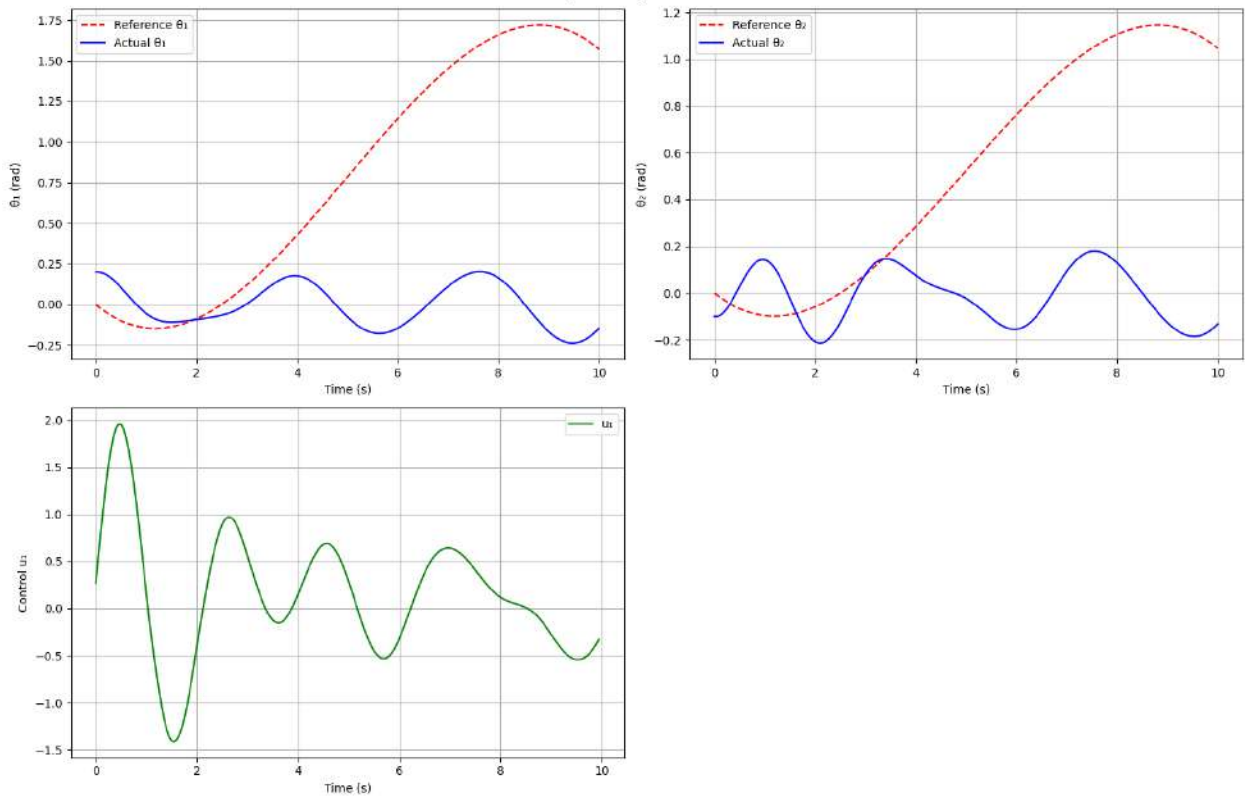
کوچک باقی‌مانده را نیز کاهش داد و به عملکرد بهتری دست یافت.

LQR Tracking Results





LQR Tracking Results



تحلیل نمودارهای ردیابی و خطاها

بررسی ردیابی مسیر مرجع (نمودار اول و دوم)

مسیر مرجع (خط قرمز): یک منحنی نرم و پیوسته است که از مقدار اولیه

۰ به مقدار ۱.۷۵ رادیان در $t=10$ می‌رسد.

مسیر واقعی (خط آبی):

در ابتدا، مسیر واقعی به دلیل تأثیر شرایط اولیه و تغییرات دینامیک، با انحراف کوچکی از مرجع شروع می‌شود.

با گذشت زمان، ردیابی بهبود می‌یابد و در نزدیکی $t=7$ تطابق بهتری با مسیر مرجع پیدا می‌کند.

وجود برخی نوسانات در میانه مسیر (نزدیک $t=5$) مشاهده می‌شود که ممکن است ناشی از:

پاسخ دینامیک غیر خطی سیستم.

کنترل ناکافی برای جبران نیروهای اختلال یا خطاهای اولیه باشد.

زاویه θ_2 :

رفتار θ_2 مشابه θ_1 است، اما تطابق بهتری با مسیر مرجع دارد.

در بازه‌های زمانی اولیه و انتهایی، خطای ردیابی کاهش می‌یابد و سیستم به خوبی به مسیر مرجع نزدیک می‌شود.

بررسی گشتاورهای کنترلی (u_1 و u_2)

(گشتاور اعمالی به لینک اول):

افزایش اولیه: گشتاور u_1

در ابتدا برای غلبه بر شرایط اولیه و حرکت بازو افزایش می‌یابد.

در میانه زمان ($t=5$)، مقدار گشتاور به اوج خود می‌رسد و سپس کاهش می‌یابد.

مقادیر بالای u_1 نشان‌دهنده تلاش سیستم برای ردیابی دقیق‌تر θ_1 است.

(گشتاور اعمالی به لینک دوم):

رفتار مشابه: مقادیر u_2 نیز در ابتدا افزایش می‌یابد و نزدیک به $t=7$ به پایداری می‌رسد.

مقادیر گشتاور u_2 نسبت به u_1 کمتر است، زیرا لینک دوم تغییرات کمتری در مسیر خود دارد.

بررسی خطاهای ردیابی (نمودار سوم و چهارم)

خطای θ_1 :

در بازه زمانی اولیه ($t < 2$)، خطای θ_1 مثبت است که نشان‌دهنده عقب‌ماندگی سیستم از مسیر مرجع است.

خطا در میانه مسیر به مقدار منفی می‌رسد ($t=5$) و سپس در انتهای زمان به سمت صفر میل می‌کند.

این رفتار نشان‌دهنده پاسخ سیستم به کنترل و تلاش برای تطبیق با مرجع است.

خطای θ_2 :

خطای θ_2 نیز در ابتدا مثبت است و سپس در میانه مسیر به منفی تغییر می‌کند.

نوسانات کوچک در خطای θ_2 قابل مشاهده است، اما مقدار خطا در کل کمتر از

θ_1 است.

کیفیت کنترل LQR

مزایا:

کنترل‌کننده LQR توانسته است مسیر مرجع را با دقت مناسبی ردیابی کند.

خطاهای ردیابی در انتهای زمان به مقادیر بسیار کوچکی کاهش یافته‌اند.

گشتاورهای کنترل (u_1 و u_2) منطقی و بدون رفتار غیرعادی هستند.

معایب:

نوسانات در خطاهای ردیابی و گشتاورها وجود دارد که ممکن است به دلیل:

تنظیم نامناسب ماتریس‌های هزینه Q و R .

خطای ناشی از غیرخطی بودن سیستم و تأثیر شرایط اولیه باشد.

پیشنهادهای بهبود

تنظیم پارامترهای کنترل LQR:

افزایش وزن Q برای کاهش خطای ردیابی.

کاهش وزن R برای اعمال کنترل نرم تر و کاهش نوسانات گشتاور.

مدل سازی دقیق تر:

افزودن اصطکاک یا سایر نیروهای غیر خطی به مدل برای بهبود تطابق با سیستم واقعی.

بهبود زمان بندی:

کاهش مقدار dt (فاصله زمانی) برای افزایش دقت گسسته سازی دینامیک.

نتیجه گیری کلی

این تحلیل نشان داد که کنترل کننده LQR به طور کلی عملکرد قابل قبولی در ردیابی مسیر مرجع دارد. کاهش خطاها در زمان نهایی و تطابق خوب گشتاورها با دینامیک سیستم از نقاط قوت هستند. با بهبود تنظیمات کنترل و مدل سازی، می توان عملکرد را بهینه تر کرد

ایجاد انیمیشن

انیمیشن با فرمت gif. در پیوست آمده است.

خلاصه: تولید انیمیشن حرکت بازوی رباتیک

این بخش از کد وظیفه تولید انیمیشن حرکت بازوی رباتیک دو لینکی را بر عهده دارد. انیمیشن با هدف نمایش تطابق مسیر واقعی بازو (مسیر کنترل شده) با مسیر مرجع (مسیر مطلوب) طراحی شده است. این انیمیشن شامل موارد زیر است:

۱. محاسبه موقعیت بازوها:

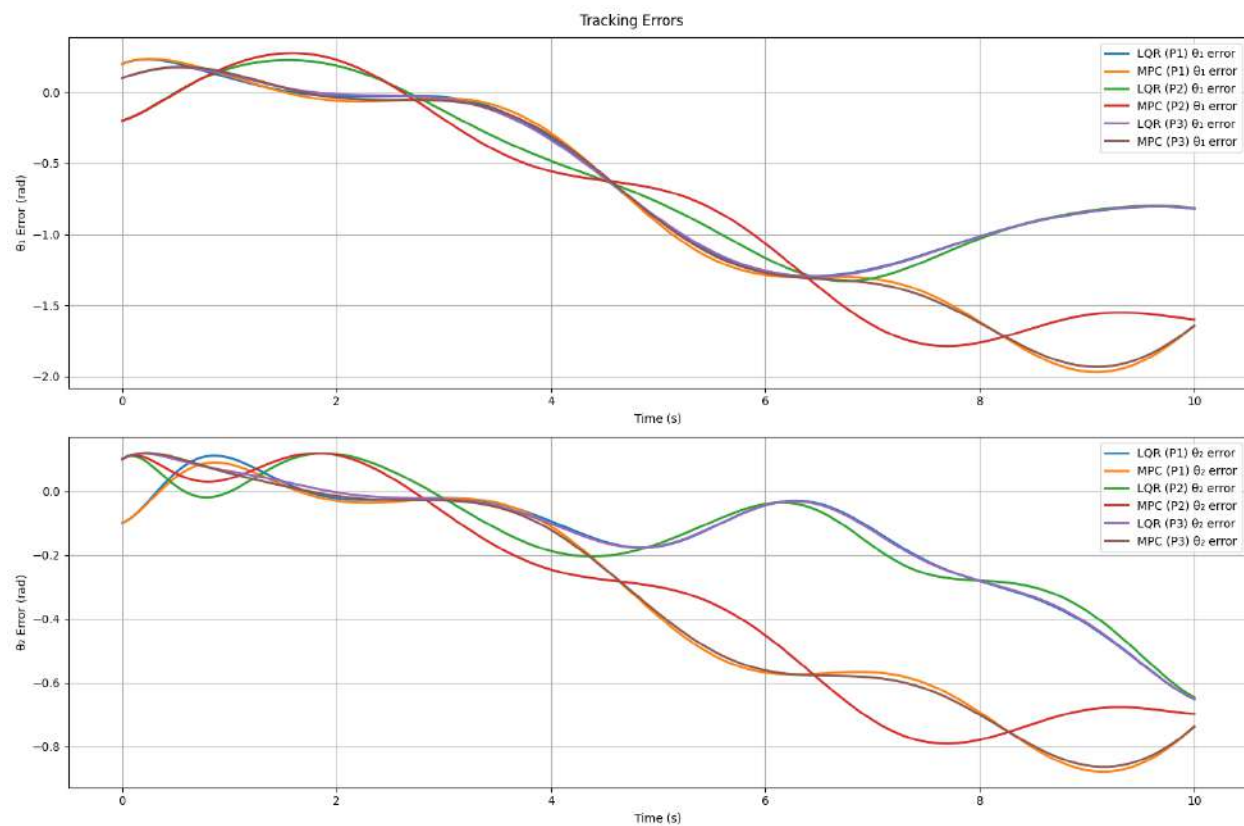
- موقعیت مفاصل و انتهای بازو بر اساس زوایای θ_1 و θ_2 محاسبه می شود.
- روابط سینماتیکی برای تعیین موقعیت دقیق بازوها به کار گرفته شده است.

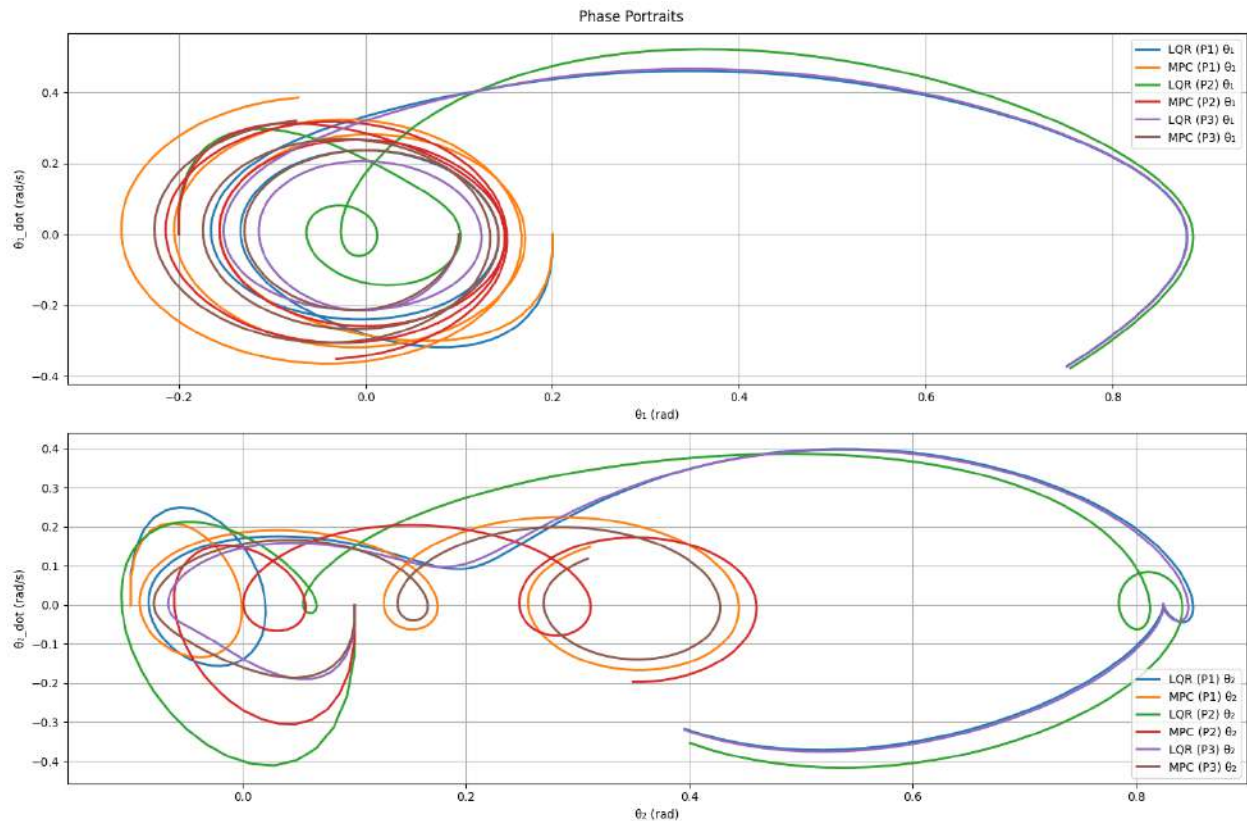
۲. ایجاد انیمیشن:

- مسیر واقعی بازو با خط آبی و مسیر مرجع با خط قرمز نمایش داده می‌شود.
- مفاصل بازو با نشانگرهای دایره‌ای مشخص شده و مسیر طی شده توسط انتهای بازو به صورت نقطه‌چین نمایش داده می‌شود.
- انیمیشن به صورت GIF ذخیره شده و یا به صورت زنده نمایش داده می‌شود.

۳. ویژگی‌های انیمیشن:

- نمایش تطابق مسیر واقعی با مرجع.
 - امکان بررسی عملکرد کنترل‌کننده با مشاهده انحراف‌ها و نوسانات.
 - ردیابی مسیر طی شده توسط انتهای بازو.
- این ابزار بصری برای تحلیل رفتار بازوی رباتیک و ارزیابی کیفیت کنترل‌کننده بسیار مفید است و با قابلیت‌هایی همچون ذخیره‌سازی یا نمایش زنده، کارایی بالایی دارد.





تحلیل خلاصه‌ای از نمودارهای ارائه شده در بخش پایانی تمرین

1. نمودارهای فاز: (Phase Portraits)

- این نمودارها رفتار دینامیکی سیستم در فضای فاز θ_1 و $\dot{\theta}_1$ ، همچنین θ_2 و $\dot{\theta}_2$ را برای کنترل کننده‌های مختلف LQR و MPC و در شرایط مختلف (P1, P2, P3) نشان می‌دهند.

• مشاهدات کلیدی:

- مسیرهای سیستم در فضای فاز به طور کلی به سمت نقطه پایدار حرکت می‌کنند، که نشان‌دهنده موفقیت کنترل کننده‌ها در کنترل سیستم است.

○ LQR در مقابل MPC:

- مسیرهای LQR دارای نوسانات کمتری در فضای فاز هستند و مسیریابی به نسبت یکنواخت‌تر ارائه می‌دهند.
- کنترل کننده MPC در برخی شرایط نوسانات بیشتری را نشان می‌دهد، که ممکن است به دلیل روش پیش‌بینانه و پارامترهای تنظیمی آن باشد.

○ مقایسه شرایط: (P1, P2, P3)

- در شرایط اولیه مختلف، هر دو کنترل کننده تلاش می کنند سیستم را به سمت حالت مطلوب هدایت کنند، اما پیچیدگی مسیرها نشان دهنده تأثیر شرایط اولیه و مدل دینامیکی است.

2. خطاهای ردیابی: (Tracking Errors)

- این نمودارها خطاهای ردیابی در زوایای θ_1 و θ_2 را بر حسب زمان نشان می دهند.

• مشاهدات کلیدی :

○ θ_1 و θ_2 :

- خطای هر دو زاویه در طول زمان کاهش می یابد و در انتهای زمان به مقدار نزدیک صفر میل می کند.
- کنترل کننده LQR خطای ردیابی کمتری نسبت به MPC دارد، که نشان دهنده تنظیم بهتر پارامترهای آن برای کاهش نوسانات است.

○ نوسانات خطا :

- در شرایط اولیه مختلف، نوسانات در خطاها مشاهده می شود، اما در اکثر موارد به مرور زمان این نوسانات کاهش یافته و سیستم به حالت مطلوب نزدیک می شود.

جمع بندی کلی:

• مقایسه LQR و MPC:

- کنترل کننده LQR در شرایط مختلف پایداری بیشتری را نشان داده و مسیرهای یکنواخت تر و خطاهای کمتری ارائه می دهد.
- MPC در برخی موارد نوسانات بیشتری نشان می دهد که ممکن است به دلیل عدم تنظیم مناسب افق پیش بینی یا محدودیت های مدل باشد.

• تأثیر شرایط اولیه :

- شرایط اولیه تأثیر قابل توجهی بر رفتار سیستم و زمان رسیدن به پایداری دارد.
- هر دو کنترل کننده توانسته اند اثرات اختلالات اولیه را مدیریت کنند و سیستم را به سمت مسیر مطلوب هدایت کنند.

